SKRIPSI

ANALISIS DISTRIBUSI LOGNORMAL DAN

APLIKASINYA DALAM EKONOMI

Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains Matematika

NURFAHMI
091114011

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI MAKASSAR
MAKASSAR

2013

PERNYATAAN KEASLIAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri, dan semua sumber baik yang dikutip maupun yang dirujuk telah saya nyatakan dengan benar. Bila dikemudian hari ternyata peryataan saya terbukti tidak benar, maka saya bersedia menerima sanksi yang ditetapkan oleh FMIPA UNM Makassar.

Yang Membuat pernyataan :

Nama	: Nurfahmi
NIM	: 091114011
Tanggal	: 11 Juli 2013

PERNYATAAN PUBLIKASI UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIK

Sebagai sivitas akademika UNM Makassar, saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Nurfahmi

NIM : 091114011

Program Studi : Matematika

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, saya menyetujui untuk memberikan kepada Universitas Negeri Makassar **Hak Bebas Royalti Nonekslusif (*Non-exclusive Royalty-Free Right)*** atas skripsi saya yang berjudul:

"Analisis Distribusi Lognormal dan Aplikasinya dalam Ekonomi"

Beserta perangkat yang ada (jika diperlukan). Dengan Hak Bebas Royalti Noneklusif ini, Universitas Negeri Makassar berhak menyimpan, mengalih media/formatkan, mengelola dalam bentuk pangkalan data (*data base)*, merawat dan mempublikasikan skripsi saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan sebagai pemilik Hak Cipta, serta tidak dikomersialkan.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya,

Dibuat di : Makassar

Pada Tanggal : 11 Juli 2013

Menyetujui

Pembimbing I — Yang Menyatakan

Sudarmin, S.Si.,M.Si. — Nurfahmi
NIP. 19701018 199703 1 001 — NIM. 091114011

MOTTO

Tugas kita bukanlah untuk berhasil.

Tugas kita adalah untuk mencoba,

karena didalam mencoba itulah kita menemukan dan belajar membangun kesempatan untuk berhasil .

Salah satu pengkerdilan terkejam dalam hidup adalah membiarkan pikiran yang cemerlang menjadi budak bagi

tubuh yang malas, yang mendahulukan istirahat sebelum lelah.

Tidak ada harga atas waktu, tapi waktu sangat

berharga. Memilik waktu tidak menjadikan kita

kaya, tetapi menggunakannya dengan baik

adalah sumber dari semua kekayaan

Jadi Diri Sendiri, Cari Jati Diri, And Dapetin Hidup Yang Mandiri

Optimis, Kaena Hidup Terus Mengalir Dan Kehidupan Terus Berputar

Sesekali Liat Ke Belakang Untuk Melanjutkan Perjalanan Yang Tiada Berujung

PERSEMBAHAN

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Teruntuk orang tua rahimakumullah, Ayahanda Usman dan Ibunda Rahmah sungguh rasa terima kasih dan rasa bangga tidak cukup jika hanya diungkap lewat tulisan ini, karna besarnya dukungan mereka meskipun secara langsung maupun tak langsung. Tanpa keduanya penulis tak berarti di dunia ini. Semoga Allah SWT senantiasa memberikan ketabahan dan kebahagiaan jiwa.

Teruntuk saudara-saudari penulis,Usmirah, Sumarling, Nurhidayah, Nurrahmi, dan Nuratifah terima kasih karena selalu memberikan semangat,serta keponakan penulis (Sarina, Anisa, dan Ishaq) yang senantiasa memberi semangat dan motivasi dalam hidup penulis.

Terima kasih….

Terima kasih karena telah hadir dalam kehidupan ini.

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Alhamdulillahirrobbil 'alamin, segala puji syukur ke hadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, taufiq dan hidayah-Nya, hingga penulis mampu menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul "***Analisis Distribusi Lognormal dan Aplikasinya dalam Ekonomi***" ini dengan baik. Sholawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi besar Muhammad SAW sebagai *uswatun hasanah* dalam meraih kesuksesan di dunia dan akhirat.

Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, iringan doa dan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan, terutama kepada:

1. Bapak Prof. Dr. Arismunandar M.Pd, selaku Rektor Universitas Negeri Makassar (UNM).
2. Bapak Prof. Dr. Hamzah Upu, M.Ed., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar.
3. Bapak Dr. H. Djadir, M.Pd., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar.
4. Bapak H. Sukarna, S.Pd., M.Si., selaku Ketua Program Studi Matematika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar.

5. Bapak Sudarmin, S.Si, M.Si selaku pembimbing I, sekaligus Penasehat Akademik yang telah meluangkan waktunya untuk membimbing dan memberikan pengarahan serta motivasi kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini.
6. Bapak Drs. Bahar,M.Si, selaku pembimbing II, yang telah memberikan bimbingan, saran dan bantuan selama penulisan skripsi ini.
7. Segenap Bapak/Ibu Dosen Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar, khususnya di Jurusan Matematika yang telah memberikan ilmu pengetahuan kepada penulis selama di bangku kuliah, serta seluruh karyawan dan staf UNM Makassar.
8. Ayahanda dan Ibunda tercinta, yang selalu memberikan semangat dan motivasi baik moril maupun spirituil serta pengorbanan dan perjuangannya yang tak pernah kenal lelah dalam mendidik dan membimbing penulis hingga penulis sukses dalam meraih citacita serta ketulusan do'anya kepada penulis sampai dapat menyelesaikan skripsi ini.
9. Saudara-saudari tercinta, yang selalu memberikan bantuan moril maupun materiil, semangat dan do'a selama kuliah serta dalam menyelesaikan skripsi ini. Terima asih kakak-kakak dan adik tersayang, kalian adalah saudara yang terbaik yang penulis miliki.
10. Teman-teman L09IKA B (Laskar Nol Sembilan Matematika B), dan seluruh teman-teman mahasiswa matematika FMIPA UNM terima kasih atas doa serta kenangan yang kalian berikan. Penulis berharap tali silaturahmi tetap terus tejaga.

11. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu, atas keikhlasan bantuan moril dan sprituil penulis ucapkan terima kasih.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, oleh karena itu, penulis selalu terbuka untuk menerima saran dan kritik yang konstruktif dari pembaca yang budiman, untuk perbaikan penulisan selanjutnya.

Akhir kata, terimalah tulisan ini sebagai amal soleh penulis untukMu ya... Allah. Ampunkanlah penulis atas dosa-dosa huzuzunafsi (niat-niat pribadi yang tidak baik). Kiranya ada pahalanya disisimu ya Allah, maka semuanya penulis hadiahkan kepada yang tercinta guru-guru hamba, para pemimpin hamba, kedua orang tua hamba, para pemimpin yang telah berjasa mendidik hamba serta kepada siapa saja yang pernah hamba zalimi dan yang pernah berjasa kepada penulis.

Semoga skripsi ini bermanfaat dan dapat menambah wawasan keilmuan khususnya Matematika. Amien.

Wabillahi taufik wal hidayah,

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Makassar, 28 Juni 2013

Penulis

ABSTRAK

Nurfahmi. 2013. Analisis Distribusi Lognormal dan Aplikasinya dalam Ekonomi. **Skripsi**. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Negeri Makassar (Pembimbing: Sudarmin,S.Si.,M.Si. dan Drs. Bahar, M.Si)

Distribusi Lognormal merupakan distribusi peubah acak kontinu yang mengikuti hukum distribusi normal. Jadi suatu peubah acak kontinu dapat dikatakan berdistribusi lognormal apabila logaritma dari peubah acak tersebut adalah normal. Fungsi kepadatan distribusi lognormal adalah $f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\ x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]}$ dimana $x > 0$ dimana parameternya μ_y dan $\sigma_x{}^2$ masing-masing adalah rerata dan variansi. Dengan demikian $\mu_x = \mathrm{e}^{[\mu_y + \frac{1}{2}\sigma_y{}^2]}$ dan $\sigma_x{}^2 = \mu_x{}^2(\mathrm{e}^{[\sigma_y{}^2]} - 1)$. Lognormal dapat digunakan untuk menormalkan suatu data dengan transformasi logaritmanya.

Kata kunci: Distribusi Normal, Distribusi lognormal, fungsi kepadatan, aplikasi.

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari, manusia tidak pernah lepas dari berbagai permasalahan. Permasalahan-permasalahan tersebut menyangkut dari berbagai aspek, dimana penyelesaiaannya diperlukan suatu pemahaman melalui suatu metode dan ilmu bantu tertentu, salah satunya adalah ilmu Matematika. Matematika merupakan induk dari segala ilmu pengetahuan, sehingga matematika tidak dapat dilepaskan dari berbagai ilmu pengetahuan.Salah satu cabang ilmu yang menjadi bahasan penting dalam matematika adalah statistika.

Pada hakekatnya pokok pembahasan statistika mencakup kegiata-kegiatan, gagasan-gagasan serta hasil yang sangat beraneka ragam.Mereka yang mendalami ilmu di bidang ini biasanya memaklumi kenyataan bahwa disiplin ini terbagi dua golongan besar yaitu statistika terapan dan metode statistika.Statistika terapan merupakan isi praktis dari statistik yang dibedakan menjadi dua, yaitu statistik deduktif (deskriptif) dan statistik induktif (inferensia). Sedangkan metode statistika merupakan teori murni atau teori dasar yang berurusan dengan penelitian-penelitian tentang basis matematika yang digunakan dalam metode statistik. Pembuktian rumus-rumus statistik yang digunakan, dan pengujian terhadap kesyahihan atau kebenaran konsep statistika secara umum Evita Nuryani (2008) (Ngapuli, 1992 : 1).

Pada statistika matematika, telah dijumpai beberapa distribusi peluang khusus yang penting, baik distribusi peluang dengan peubah acak diskrit maupun distribusi peluang dengan peubah acak kontinu. Salah satu distribusi peluang dengan peubah acak kontinu adalah distribusi normal. Dalam statistika distribusi normal sangat penting dan banyak digunakan.

Dalam distribusi peluang dengan peubah acak kontinu ini terdapat pula distribusi lognormal. Seperti distribusi peluang kontinu lainnya yangmemiliki fungsi kepadatan peluang *(fkp)* distribusi lognormal pun demikian. Selain itu, distribusi ini juga memiliki besaran-besaran karakteristik utama yang berguna untuk memberikan informasi tentang sifat-sifat cirian dari peubah acak yang sangat berguna di dalam penerapan praktis.

Aplikasi distribusi lognormal dalam berbagai bidang ilmu mencakup berbagai hal. Diantaranya dibidang fisika, bidang teknik , bidang ekonomi, dibidang biologi, dan meteorology. Namun pada pesoalan-persoalan ekonomi lebih banyak menggunakan formula logaritma dan eksponen. Sehingga dalam tulisan ini, distribusi lognormal akan diaplikasikan dalam bidang ekonomi.

Salah satu aplikasi distribusi lognormal yaitu tentang persediaan. Persediaan itu sendiri sangat dipengaruhi oleh permintaan yang tidak pasti dari waktu ke waktu. Tingkat ketidakpastian permintaan bergantung dari jenis produk yang ditawarkan. Ketidakpastian permintaan seringkali menjadi kendala utama dalam menentukan persediaan. Apabila permintaan tidak diperhitungkan sebaik-baiknya maka akan menyebabkan terjadinya kelebihan atau kekurangan persediaan yang akan mengakibatkan kerugian financial. Oleh karena itu diharapkan diharapkan persediaan yang ada sesuai dengan permintaan sehingga tercapai profit maksimal. Dengan pendekatan distribusi lognormal dapat digunakan untuk menghitung atau menentukan profit dengan menggunakan parameter-parameter dari distribusi lognormal itu sendiri.

Pada penelitian sebelumnya, fungsi kepadatan peluang *(fkp)* dinyatakan dengan nama fungsi densitas digunakan oleh Abu Syafik. Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas FIP Universitas Muhammadiyah Purworejo. Jurnal tersebut berjudul: "*Aplikasi Distribusi Lognormal dalam Statistika*". Dimana dalam jurnal tersebut peneliti mengkaji definisi lognormal, kemudian menentukan besaran dari parameter-parameter dengan menggunakan fungsi distribusinya, dan kemudian mengaplikasikannya dalam contoh soal.

Meskipun, pada sebagian besar buku dan salah satunya jurnal di atas yang telah membahas mengenai distribusi lognormal, baik dalam literatur berbahasa Indonesia maupun literatur berbahasa Inggris, baik yang diperoleh dari kepustakaan, internet maupun dari toko buku lainnya, namun pembahasan tentang distribusi ini masih dalam ruang lingkup terbatas. Oleh karenannya akan dikaji secara luas.

Maka berdasarkan latar belakang di atas dalam penelitian ini akan dikaji **Analisis Distribusi Lognormal dan Aplikasinya Dalam Bidang Ekonomi** yang merupakan judul dari penelitian penulis.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang diatas maka rumusan masalah sebagai berikut :

1. Bagaimana menunjukkan bahwa fungsi kepadatan peluang distribusi lognormal diperoleh dari transformasi peubah acak distribusi normal?
2. Bagaimana bentuk parameter dari besaran-besaran yang berkaitan dengan distribusi lognormal?
3. Bagaimana aplikasi distribusi lognormal dalam bidang ekonomi?

C. Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini yakni:

1. Penulis hanya akan menggunakan peubah atau variabel acak yang berdistribusi lognormal.
2. Data yang digunakan sebagai contoh aplikasi lognormal dalam ekonomi yaitu data permintaan produk .
3. Program aplikasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah SPSS 16.

D. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Untuk mengetahui proses transformasi peubah acak distribusi normal sehingga membentuk fungsi densitas distribusi lognormal.
2. Untuk mengetahui parameter dari besaran-besaran yang berkaitan dengan distribusi lognormal.
3. Untuk mengaplikasikan distribusi lognormal dalam bidang ekonomi.

E. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Bagi peneliti merupakan tambahan wawasan ilmu pengetahuan tentang bagaimana menganalisis distribusi lognormal dan bagaimana aplikasinya dalam statistika.
2. Bagi pembaca sebagai pedoman awal untuk melanjutkan penelitian tentang distribusi-distribusi peluang dari peubah acak kontinu lainnya yang belum dikaji.
3. Bagi lembaga, menambah bahan kepustakaan khususnya di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam sehingga dapat dijadikan sebagai sarana pengembangan wawasan keilmuan khususnya di Jurusan Matematika untuk mata kuliah yang membahas distribusi peluang dari peubah acak kontinu.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

A. Peubah Acak

Berikut ini akan diberikan beberapa definisi mengenai pengertian peubah acak. Termasuk di dalamnya peubah acak diskrit dan kontinu.

Definisi 2.1(*Chr H Sumargo, 1984:41*)
Suatu fungsi terukur yang didefinisikan pada ruang sampel ke dalam himpunan bilangan riil disebut peubah acak.

Menurut Evita Nuryani(2008) Wibisono(2005 : 222) peubah acak dilambangkan dengan huruf kapital X dan huruf kecilnya dalam hal ini x, untuk menyatakan salah satu diantara nilai-nilainya. Dengan demikian suatu bilangan X merupakan ukuran dari karakteristik yang diletakkan pada setiap kejadian dasar dari ruang contohnya. Peubah acak diklasifikasikan menjadi 2 macam, yaitu peubah acak diskrit dan peubah acak kontinu.

Definisi 2.2 (*Chr H Sumargo, 1984:41*)
Jika nilai yang bisa dimiliki peubah acak X, yaitu ruang hasil R_x, terhingga atau tak terhingga tetapi terbilang maka X disebut suatu peubah acak diskrit.

Contoh 2.1

Sebuah kantong berisi 10 kelereng yang terdiri dari 4 kelereng merah (M) dan 6 kelereng hitam (H).Dalam kantong diambil 2 kelereng berturut-turut, hasil yang mungkin untuk x sebagai peubah acak X yang menyatakan banyaknya kelereng merah yang diambil. Jadi ruang contohnya { HH, MH,, HM, MM } dan peubah acak X = { 0, 1, 1, 2 }.

Definisi 2.3 (*Chr H Sumargo, 1984:41*)
Apabila tak terhingga atau dalam selang (-∞, ∞) yaitu banyaknya bilangan tak terhingga dan tak terbilang, maka *X* disebut suatu peubah acak kontinu.

Contoh 2.2

Pengamatan terhadap jumlah kendaraan yang melintas di jalan perintis kemerdekaan. Bila *X* menyatakan peubah acak jumlah kendaraan yang melintas, maka *X* = { 0, 1, 2, 3, ... }

B. Distribusi Peubah Acak Kontinu

1. Fungsi Kepadatan Peluang *(FKP)*

Jika ruang range, R_x, peubah acak *X* adalah sebuah interval atau kumpulan dari interval-interval, maka *X* disebut sebuah Peubah acak Kontinu. Peubah acak kontinu X memiliki fungsi sebaran khusus yang disebut *fungsi kepadatan peluang (fkp).*

Definisi 2.4 *(William W. Hines dkk, 1990:51)*
Untuk sebuah peubah acak kontinu *X*, didefinisikan sebagai

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_x(x)dx \qquad (2.1)$$

dimana fungsi f_x dinyatakan sebagai fungsi kepadatan peluang *(fkp),* memenuhi kondisi-kondisi berikut

1. $f_x(x) \geq 0$ untuk seluruh $x \in R_x$ (2.2)
2. $\int_{R_x} f_x(x)dx = 1$ (2.3)

Contoh 2.3

Misal kesalahan dalam pencatatan temperature di sebuah percobaan adalah sebuah variabel random X yg memiliki fungsi densitas peluang sbb:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3} & -1 < x < 2 \\ 0 & lainnya \end{cases}$$

a. Periksalah apakah *f(x)* memenuhi syarat sebagai fungsi kepadatan peluang *(fkp)*?

b. Berapakah probabilitas menemukan kesalahan pencatatan antara 0 dan 1?

Jawab

a. Dengan menggunakan persamaan (2.3), Definisi 2.3, maka:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{-1} f(x)dx + \int_{-1}^{2} f(x)dx + \int_{2}^{\infty} f(x)dx = 1$$

$$= \int_{-\infty}^{-1} 0\ dx + \int_{-1}^{2} \frac{x^2}{3} dx + \int_{2}^{\infty} 0\ dx = 1$$

$$\Rightarrow \int_{-1}^{2} \frac{x^2}{3} dx = \left.\frac{x^3}{9}\right|_{-1}^{2}$$

$$\Rightarrow \int_{-1}^{2} \frac{x^2}{3} dx = \frac{2^3}{9} - \frac{(-1)^3}{9}$$

$$\Rightarrow \int_{-1}^{2} \frac{x^2}{3} dx = 1$$

jadi terbukti bahwa fungsi tersebut adalah fungsi kepadatan peluang *(fkp)*.

b. Untuk menemukan probabilitas kesalahan pada pencatatan antara 0 dan 1 maka digunakan persamaan (2.1), Definisi 2.3:

$$P(0 < X < 1) = \int_{0}^{1} \frac{x^2}{3} dx$$

$$= \left.\frac{x^3}{9}\right|_{0}^{1}$$

$$= \frac{1^3}{9} - \frac{0^3}{9}$$

$$= \frac{1}{9}$$

2. **Fungsi Distribusi Kumulatif**

Dalam statistika matematis, bentuk P(X ≤ x) dinamakan *fungsi distribusi kumulatif* atau *fungsi distribusi* saja. Berikut ini diberikan definisi mengenai *fungsi distribusi kumulatif*.

Definisi 2.5

Misalnya X adalah peubah acak kontinu, maka *fungsi distribusi kumulatif* dari *X* berbentuk:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\propto}^{x} f(t)dt \tag{2.4}$$

dengan *f(t)* adalah nilai fungsi densitas dari *X* di *t*.

Contoh 2.4

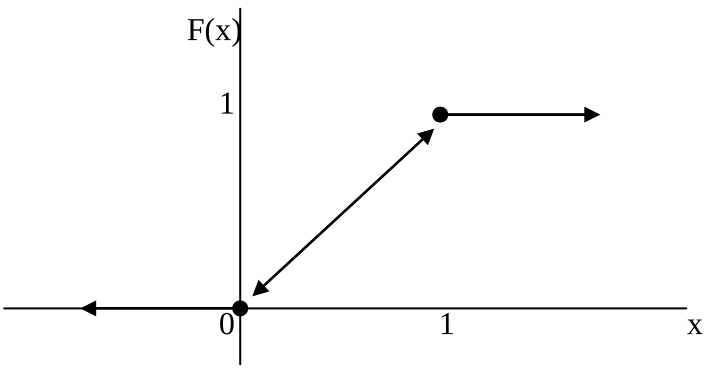
Peubah acak kontinu *X* memiliki fungsi sebaran kumulatif sebagai berikut:

$$F(x) = \begin{cases} 0; & x \leq 0 \\ x; & 0 < x < 1 \\ 1; & x \geq 1 \end{cases}$$

Carilah fungsi kepadatan peluangnya!

Jawab:

F'(x)= f(x) kecuali untuk *x = 0* dan *x = 1*.



Gambar 2.1 Grafik Fungsi Distribusi Kumulatif

Maka, turunan dari fungsi distribusi kumulatif tersebut diperoleh:

$$F'(x) = f(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ 1 & ; 0 < x < 1 \\ 0 & ; x > 1 \end{cases}$$

Jadi, fungsi kepadatan peluangnya dapat ditulis dengan:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & ; 0 < x < 1 \\ 0 & ; untuk\ x\ yang\ lain \end{cases}$$

C. Nilai Harapan (Ekspektasi)

Menurut Arif Tiro dkk, 2008:131, salah satu konsep terpenting dalam teori peluang adalah konsep nilai harapan dari suatu peubah acak. Jika X suatu peubah acak maka nilai harapan X dilambangkan dengan μ = E(X) Berikut ini akan diberikan definisi tentang nilai harapan dari suatu peubah acak.

Definisi 2.6
Jika X peubah acak farik dan *p(x)* adalah nilai fungsi massa peluangnya di x, nilai harapan peubah acak X adalah

$$\mu = E(X) = \sum_x xp(x). \tag{2.5}$$

Jika X peubah acak malar dan *f(x)* adalah nilai fungsi kepadatan peluangnya di x, nilai harapan peubah acak X adalah

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x.f(x)dx. \tag{2.6}$$

Contoh 2.5

Misalkan *X* suatu peubah acak dengan fungsi kepadatan peluang *(fkp)*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{27}{490}(3x^2 - 2x), & jika\ \frac{2}{3} < x < 3 \\ 0, & untuk\ yang\ lainnya \end{cases}$$

Hitung nilai *E(X)*!

Jawab

Persamaan (2.6) pada Definisi 2.6, maka:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x.f(x)dx$$

$$= \int_{2/3}^{3} x.\frac{27}{490}(3x^2 - 2x)dx$$

$$= \frac{27}{490} \int_{2/3}^{3} (3x^3 - 2x^2) dx$$

$$= \frac{27}{490} \left[\frac{3}{4} x^4 - \frac{2}{3} x^3 \right]_{2/3}^{3}$$

$$= \frac{283}{120} = 2.36$$

Teorema 2.1
Jika X peubah acak farik dan *p(x)* nilai fungsi massa peluangnya di x, nilai harapan peubah acak g(X) diberikan oleh

$$\mu_{g(X)} = E[g(X)] = \sum_x g(x)p(x) \tag{2.7}$$

peubah acak malar dan *f(x)* nilai fungsi kepadatan peluangnya di x, nilai harapan peubah acak g(X) diberikan oleh

$$\mu_{g(X)} = E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x).f(x)dx. \tag{2.8}$$

Teorema 2.2
Bila a dan b konstanta, X dan Y peubah acak maka

$$E(aX + b) = aE(X) + b \tag{2.9}$$

Bukti:

Dengan berdasar kepada teorema 2.1 maka $g(X) = aX + b$. karena X adalah peubah acak Kontinu dengan fungsi kepadatan peluang *f(x)* maka diperoleh:

$$E(aX + b) = \int_{-\infty}^{\infty} (ax + b) f(x) dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} [ax.f(x) + b.f(x)] dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} ax.f(x)dx + \int_{-\infty}^{\infty} b.f(x)dx$$

$$= a\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx + b\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx \quad \text{(menurut pers 2.3)}$$

$$= aE(X) + b.1$$

$$= aE(X) + b \ \blacksquare$$

Teorema 2.3 *(Evita Nuryani, 2008, Dudewicz & Mishra, 1995 : 249)*
Sifat-sifat nilai harapan (ekspektasi)

Bila c suatu tetapan dan *g(X)*, *g_1(X)*, dan *g_2(X)* fungsi yang harapannya ada, maka

a. $E[c] = c$; (2.10)

b. $E[cg(X)] = cEg(X)$; (2.11)

c. $E[g_1(X) + g_2(X)] = E[g_1(X)] + E[g_2(X)]$; (2.12)

d. $E[g_1(X)] \leq E[g_2(X)]\ jika\ g_1(X) \leq g_2(X)$ untuk semua x; (2.13)

Bukti:

Asumsikan X adalah peubah acak kontinu, sehingga:

a. $E[c] = \int_{-\infty}^{\infty} c.f(x)dx$ (menurut Pers. 2.6 Definisi 2.6)

$= c\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$ (menurut pers 2.1 $f(x)dx = 1$)

$= c$■

b. $E[cg(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} c.g(x).f(x)dx$

$= c.\int_{-\infty}^{\infty} g(x).f(x)dx$ (menurut teorema 2.1)

$= cE[g(X)]$■

c. $E[g_1(X) + g_2(X)] = \int_{-\infty}^{\infty}[g_1(x) + g_2(x)].f(x)dx$

$= \int_{-\infty}^{\infty}(g_1(x)f(x) + g_2(x)f(x))dx$ (sifat integral)

$= \int_{-\infty}^{\infty} g_1(x)f(x)dx + \int_{-\infty}^{\infty} g_2(x)f(x)dx$

$= E[g_1(X)] + E[g_2(X)]$■

d. $E[g_1(X)] \leq E[g_2(X)]$

$\int_{-\infty}^{\infty} g_1(x)f(x)dx \leq \int_{-\infty}^{\infty} g_2(x)f(x)dx$ jika $g_1(x) \leq g_2(x)$

D. Variansi

Menurut Arif Tiro dkk (2008:140) Variansi dari suatu peubah acak X, dilambangkan oleh Var(X) didefinisikan dengan

$$\text{Var}(X) = E[(X - E(X))^2]. \quad (2.14)$$

Jadi, variansi X mengukur nilai harapan kuadrat simpangan X dari nilai harapannya. Variansi merupakan suatu ukuran pencaran atau variasi nilai-nilai yang mungkin dicapai oleh X.

Definisi 2.7
Misalkan peubah acak farik X mempunyai fungsi massa peluang *p(x)* dan rerata μ, variansi X adalah

$$\sigma^2{}_X = E[(X-\mu)^2] = \sum_x (x-\mu)^2 p(x) \qquad (2.15)$$

Bila X peubah malar dengan fungsi kepadatan peluang *f(x)* dan rerata μ, variansi X adalah

$$\sigma^2{}_X = E[(X-\mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)\, dx \qquad (2.16)$$

Akar positif dari persamaan (2.16), yaitu

$$\sigma_X = \sqrt{E[(X-\mu)^2]} \qquad (2.17)$$

Dalam hal ini, σ disebut simpangan baku*(standart of deviation)* dari X.

Teorema 2.4
Variansi peubah acak X dapat dihitung dengan rumus

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2 \qquad (2.18)$$

Bukti:

Menurut pers 2.16 definisi 2.6, maka untuk peubah acak X yang kontinu dapat ditulis

$$\sigma^2{}_X = E[(X-\mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)\, dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} (x^2 - 2\mu x + \mu^2) f(x)\, dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\, dx - 2\mu \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx + \mu^2 \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx$$

karena sesuai dengan pers 2.6 definisi 2.5 dimana $\int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx = \mu$ dan $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, dx = 1$, maka

$$\sigma^2{}_X = E[X^2] - 2\mu.\mu + \mu^2$$

$$= E[X^2] - \mu^2 \blacksquare$$

Teorema 2.5
Bila X peubah acak malar dengan fungsi kepadatan peluang *f(x)*, variansi peubah acak g(X) adalah

$$\sigma^2{}_{g(X)} = E\left\{\left[g(X) - \mu_{g(X)}\right]^2\right\} = \int_{-\infty}^{\infty}\left[g(X) - \mu_{g(X)}\right]^2 f(x)dx \qquad (2.19)$$

Teorema 2.6
Bila a dan b konstanta dan X peubah acak, maka

$$\sigma^2{}_{aX+b} = a^2\sigma_x{}^2 = a^2\sigma^2 \qquad (2.20)$$

Bukti:

Menurut pers 2.16 definisi 2. 6

$$\sigma^2{}_{aX+b} = E\{[(aX + b) - \mu_{aX+b}]^2\}$$

sedang menurut pers 2.9 teorema 2.2

$$\mu_{aX+b} = E(aX + b) = aE(X) + b = a\mu + b$$

sehingga,

$$\begin{aligned}\sigma^2{}_{aX+b} &= E\{[aX + b - (a\mu + b)]^2\} \\ &= E\{[aX + b - a\mu + b]^2\} \\ &= E\{[aX - a\mu]^2\} \\ &= E\{a^2[X - \mu]^2\} \\ &= a^2E\{[X - \mu]^2\} \\ &= a^2\sigma_x{}^2 = a^2\sigma^2\end{aligned}$$

E. Fungsi Pembangkit Momen

Menurut Ronald dan Raymond (1995). Kegunaan yang jelas dari fungsi pembangkit momen ini adalah untuk menentukan momen-momen distribusi. Akan tetapi, kegunaan yang terpenting adalah untuk mencari distribusi dari fungsi peubah acak.

Definisi 2.8
Diberikan sebuah variabel random X, fungsi pembangkit momen $M_X(t)$ dari distribusi probabilitanya adalah nilai harapan dari e^{tX}. Secara matematis digambarkan,

$$M_X(t) = E(e^{tX}) \qquad (2.21)$$

$= \sum_{seluru\ h\ i} e^{tx_i} p(x_i)$ X yang diskrit (2.22)

$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx_i} f(x_i)dx$ X yang kontinu (2.23)

Teorema 2.7
Turunan *fpm* untuk t = 0 sama dengan rerata peubah acak yang bersangkutan, yakni $M'(0) = \mu$ (2.24)
Bukti:

Jika diketahui sebuah fungsi dengan X adalah peubah acak kontinu yaitu:

$M(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x)dx$

maka turunan pertama dari M(t) terhadap t adalah:

$M'(t) = \frac{dM(t)}{dt} = \int_{-\infty}^{\infty} xe^{tx} f(x)dx$

sehingga untuk t = 0, maka

$M'(0) = \int_{-\infty}^{\infty} xe^{0.x} f(x)dx$

$= \int_{-\infty}^{\infty} x.1.f(x)dx$

$= \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = E(X) = \mu$ ■ (Pers 2.6 Definisi 2.5)

Teorema 2.8
Variansi peubah acak X dapat dihitung dari turunan *fpm* M(t) untuk t = 0, yaitu $\sigma^2 = M''(0) - \{M'(0)\}^2$. (2.25)

Bukti:

karena turunan pertama dari M(t) adalah

$M'(t) = \frac{dM(t)}{dt} = \int_{-\infty}^{\infty} xe^{tx} f(x)dx$

sehingga turunan keduanya adalah:

$M'(t) = \frac{dM(t)}{dt} = \int_{-\infty}^{\infty} xe^{tx} f(x)dx$

sehingga,

$M''(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{0.x} f(x)dx$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 . f(x) dx = E(X^2)$$

Karena $M'(0) = E(X) = \mu$ dan $M''(0) = E(X^2)$, maka berdasarkan Teorema 2.4 pers 2.18

$\sigma^2 = E[X^2] - \mu^2$

$= M''(0) - \{M'(0)\}^2$ ■

Contoh 2.6

Misalkan X mempunyai distribusi sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{a^b}{\Gamma(b)} x^{b-1} e^{-ax} \quad 0 \leq x < \infty, a > 0, b > 0$$

$$= 0 \qquad \text{lainnya}$$

Untuk mendapatkan fungsi pembangkit momennya gunakan persamaan (2.23) definisi 2.7, maka

$$M_X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} \frac{a^b}{\Gamma(b)} x^{b-1} e^{-ax} dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a^b}{\Gamma(b)} x^{b-1} e^{(tx-ax)} dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a^b}{\Gamma(b)} x^{b-1} e^{x(t-a)} dx$$

misalkan $y = x(a-t) \rightarrow x = \frac{y}{(a-t)}$

$$\frac{dy}{dx} = a - t \rightarrow dx = \frac{1}{a-t} dy$$

$$M(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a^b}{\Gamma(b)} \left(\frac{y}{(a-t)}\right)^{b-1} e^{-y} \left(\frac{1}{a-t}\right) dy$$

$$= \frac{a^b}{\Gamma(b)} \left(\frac{1}{a-t}\right)^b \int_{-\infty}^{\infty} y^{b-1} e^{-y} dy$$

karena $\int_{-\infty}^{\infty} y^{b-1} e^{-y} dy = \Gamma(b)$, maka

$$M(t) = \frac{a^b}{\Gamma(b)(a-t)^b}\ x\ \Gamma(b) = \frac{a^b}{(a-t)^b} = \left(1 - \frac{t}{a}\right)^{-b}$$

dengan menggunakan perluasan deret,

$$M(t) = \left(1 - \frac{t}{a}\right)^{-b} = 1 + b\left(\frac{t}{a}\right) + \frac{b(b+1)}{2!}\left(\frac{t}{a}\right)^2 + \cdots$$

jadi,

$$M'(t) = \frac{b}{a} + \frac{2b(b+1)t}{2!a^2} + \cdots$$

dengan berdasar kepada pers 2.24 teorema 2.7 dan pers 2.25 teorema 2.8 maka diperoleh:

$$\mu_1 = \frac{b}{a} \text{ dan } \mu_2 = \frac{b(b+1)}{(a)^2}$$

F. Distribusi Normal

Distribusi probabilitas yang penting menyangkut variable acak yang bersifat kontinu adalah distribusi normal. Bentuknya yang *menyerupai lonceng*, dimana nilainya tergantung pada sejumlah faktor, dimana masing-masing faktor memiliki pengaruh negative atau positif yang relatif kecil.

Suatu peubah acak X dikatakan berdistribusi normal jika memiliki fungsi kepadatan peluang *(fkp)* yaitu

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} - \infty < x < \infty$$

(2.26)

dimana σ dan μ adalah parameter dari distribusi normal, dan masing-masing merupakan nilai harapan dan deviasi standar dari variat. Distribusi normal dinotasikan dengan N(μ, σ). Sementara π (baca; pi) adalah sebuah nilai konstanta yang ditulis dengan π = 3,1416, begitupun dengan *e* yang merupakan bilangan euler dengan *e* = 2,71828.

Teorema 2.9
Nilai harapan dan variansi dari $X \sim Norm(\mu, \sigma)$ adalah

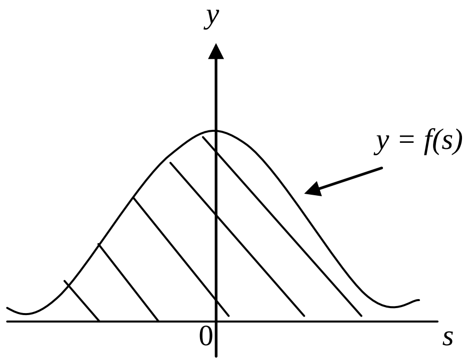
E(X) = μ dan Var(X) = σ^2 (2.29)

Bukti:

$$M(t) = e^{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2}$$

$$M'(t) = (\mu + \sigma^2 t^2) e^{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2}$$

$$M''(t) = (\mu t + \sigma^2 t) e^{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2} + \sigma^2 e^{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2}$$



Gambar 2.2 Kurva sebaran normal standar

$$E(X^2) = M''(0) = \mu^2 + \sigma^2$$

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \mu^2 + \sigma^2 - \mu^2 = \sigma^2 \blacksquare\blacksquare$$

Apabila X adalah peubah acak normal dengan rerata μ dan simpangan baku σ, kemudian transformasi X menjadi $S = \frac{X-\mu}{\sigma}$ akan membentuk peubah acak *normal standar* dengan rerata nol dan simpangan baku satu. Fungsi padat peluang dari sebaran normal standar adalah

$$f(s) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}s^2} \text{ untuk } -\infty < s < \infty \qquad (2.30)$$

grafik *f(s)* berbentuk simetri terhadap sumbu tegak (sumbu y) dan semuanya di atas sumbu datar (sumbu s), dan dinamakan kurva sebaran normal standar seperti gambar 2.1. $\varphi(s)$ biasanya juga digunakan untuk menandakan fungsi densitas normal standar. Sehingga Fungsi distribusi kumulatif $F(s) = \Phi(s)$.

G. Distribusi Lognormal

Suatu variabel acak X merupakan distribusi probabilitas lognormal bila ln X (logaritma natural X) adalah normal. Dalam kasus ini fungsi kepadatannya adalah:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{lnx - \mu}{\sigma}\right)^2\right] \qquad 0 \leq x < \infty \qquad (2.31)$$

dimana deviasi standar adalah σ dan rata-rata adalah μ dan merupakan parameter-parameter distribusi ini.

Karena hubungannya dengan distribusi normal (yaitu transformasi logaritmis), maka probabilitas yang berhubungan dengan variat lognormal dapat ditentukan dengan mentransformasikan peubah acaknya.

H. Transformasi Peubah

Dalam statistika, sangat perlu mencari distribusi peluang suatu fungsi dari satu atau lebih peubah acak. Misalkan X adalah suatu peubah acak diskrit dengan distribusi peluang p(x) dan misalkan selanjutnya bahwa *Y = u(X)* menyatakan transformasi satu-satu antara nilai X dan Y. Akan dicari distribusi peluang Y. Transformasi satu-satu berarti bahwa tiap nilai x berpadanan dengan satu, dan hanya satu nilai *x = w(y),* bila w(y) diperoleh dengan mencari *y = u(x)* untuk x yang dinyatakan dalam *y.*

Untuk mencari distribusi peluang peubah acak $Y = u(X)$ bila diketahui X peubah acak yang kontinu dan transformasinya satu-satu maka akan dipergunakan teorema berikut ini;

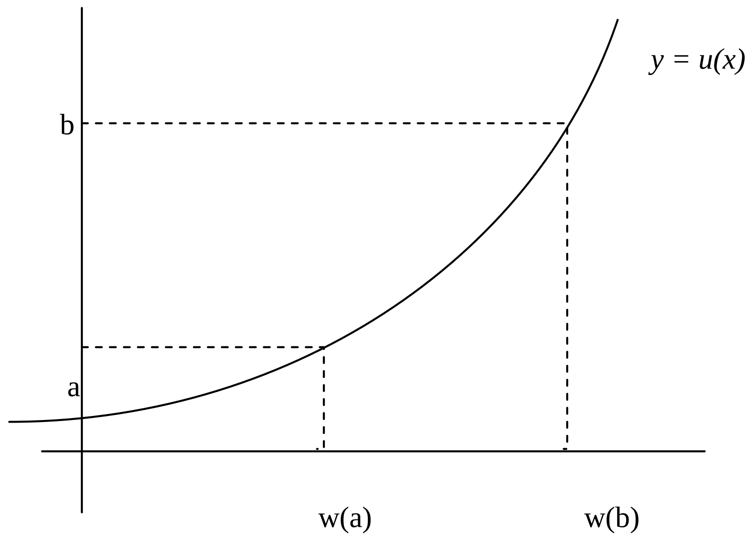
Teorema 2.9
Misalkan X suatu peubah acak kontinu dengan distribusi peluang *f(x)*. Misalkan $Y = u(X)$ menyatakan hubungan (korespondensi) satu-satu antara nilai X dan Y sehingga persamaan $y = u(x)$ mempunyai jawaban tunggal untuk x dalam y misalnya $x = w(y)$. Maka distribusi peluang Y adalah

$$g(y) = f[w(y)]|J|, \tag{2.32}$$

dengan J = w'(y) dan disebut Jacobi transformasi.

Bukti:

Misalkan $y = u(x)$ fungsi naik seperti pada gambar 2.2. Terlihat bahwa bila y bernilai antara a dan b maka peubah acak X akan bernilai antara *w(a)* dan *w(b)*.



Jadi

$P(a < Y < b) = P[w(a) < X < w(b)]$

$$= \int_{w(a)}^{w(b)} f(x)dx$$

Bila peubah acak integrasi diganti dari x ke y melalui hubungan *x = w(y)* maka diperoleh *dx = w'(y)dy*, sehingga

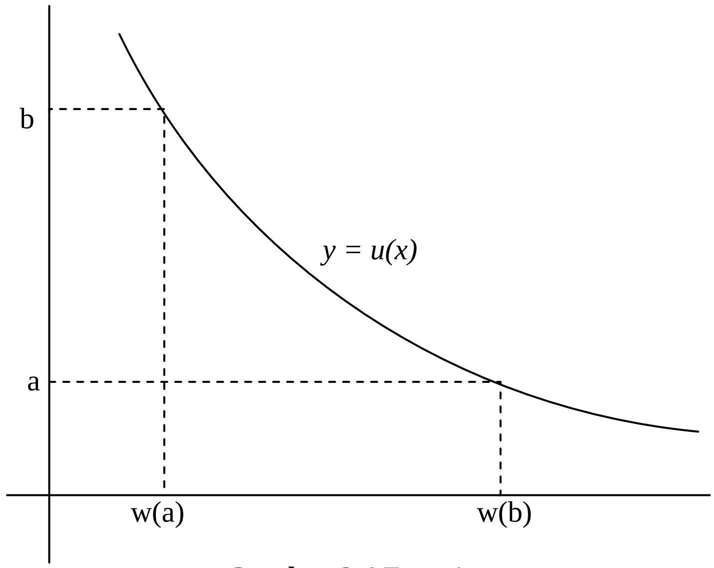
$P(a < Y < b) = \int_a^b f[w(y)]w'(y)dy$.

Karena integral memberikan nilai peluang yang dicari untuk setiap a<b dalam batas-batas nilai *y* yang mungkin, maka distribusi peluang Y adalah

$g(y) = f[w(y)]w'(y) = f[w(y)]J$

karena *J = w'(y)* adalah kebalikan dari kecondongan (koefisien arah) garis singgung pada kurva *y = u(x)* yang naik, maka jelas bahwa $J = |J|$. sehingga

$g(y) = f[w(y)]|J|$.



Gambar 2.4 Fungsi turun

Kemudian misalkan *y = u(x)* fungsi naik seperti pada gambar 2.3. Maka dapat ditulis

$P(a < Y < b) = P[w(a) < X < w(b)]$

$$= \int_{w(a)}^{w(b)} f(x)dx$$

Kembali ganti peubah integrasi menjadi y, maka dieroleh

$$P(a < Y < b) = \int_a^b f[w(y)]w'(y)dy\ .$$

$$= -\int_a^b f[w(y)]w'(y)dy.$$

sehingga dapat disimpulkan bahwa

$$g(y) = -f[w(y)]w'(y) = -f[w(y)]J$$

dalam hal ini kecondongan kurva negative dan $J = -|J|$.

jadi

$$g(y) = f[w(y)]|J|,$$

seperti sebelumnya.

Contoh 2.6

Misalkan *X* peubah acak kontinu dengan distribusi peluang

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{12} & 1 < x < 5 \\ 0 & untuk\ x\ yang\ lainnya \end{cases}$$

Hitunglah distribusi peluang peubah acak Y = 2X – 3.

Jawab:

Fungsi kebalikan dari *y = 2x – 3* adalah *x = (y + 3)/2* sehingga diperoleh $J = w'(y) = \frac{dx}{dy} = 1/2$. Dengan menggunakan teorema 2.9 maka diperoleh fungsi padat Y

$$g(y) = \begin{cases} \frac{(y+3)/2}{12}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{y+3}{48} & -1 < y < 7 \\ 0 & untuk\ y\ yang\ lainnya. \end{cases}$$

I. Uji Normalitas

Data Penelitian yang telah diambil oleh peneliti harus diuji terlebih dahulu untuk mengetahui karakteristik dari data tersebut. Salah satu jenis pengujian yang harus dilakukan adalah uji normalitas data. Tujuan digunakannya uji normalitas adalah untuk mengetahui apakah data yang diperoleh dari kegiatan penelitian mempunyai distribusi (sebaran) normal atau tidak.

Jika distribusi data normal, maka rumus uji hipotesis yang akan digunakan adalah jenis uji yang termasuk ke dalam statistik parametric. dan jika tidak berdistribusi normal, maka menggunakan statistik nonparametric. Uji normalitas dilakukan sebelum peneliti melakukan uji hipotesis. Dengan melihat hasil dari uji normalitas data, peneliti dapat mengambil keputusan mengenai rumus apa yang tepat untuk digunakan dalam menguji hipotesis.

Pedoman pengambilan keputusan adalah jika nilai signifikan $< 0,05$ data tidak normal dan sebaliknya jika nilai signifikansi $> 0,05$ data dikatakan normal.

J. Beberapa Pengertian dalam Ekonomi

1. Teori Permintaan

Permintaan adalah keinginan konsumen membeli suatu barang pada berbagai tingkat harga selama periode waktu tertentu. Singkatnya permintaan adalah banyaknya jumlah barang yang diminta pada suatu pasar tertentu dengan tingkat harga tertentu pada tingkat pendapatan tertentu dan dalam periodetertentu. Faktor-faktor yang mempengaruhi permintaan:

a. Harga barang itu sendiri , Jika harga suatu barang semakin murah, maka permintaan terhadap barang itu bertambah.

b. Harga barang lain yang terkait; Berpengaruh apabila terdapat 2 barang yang saling terkait yang keterkaitannya dapat bersifat subtitusi (pengganti) dan bersifat komplemen (penggenap).

c. Tingkat pendapatan perkapita; Dapat mencerminkan daya beli. Makin tinggi tingkat pendapatan, daya beli makin kuat, sehingga permintaan terhadap suatu barang meningkat.

d. Selera atau kebiasaan; Tinggi rendahnya suatu permintaan ditentukan oleh selera atau kebiasaan dari pola hidup suatu masyarakat.

e. Jumlah penduduk; Semakin banyak jumlah penduduk yang mempunyai selera atau kebiasaan akan kebutuhan barang tertentu, maka semakin besar permintaan terhadap barang tersebut.

f. Perkiraan harga di masa mendatang; Bila kita memperkirakan bahwa harga suatu barang akan naik, adalah lebih baik membeli barang tersebut sekarang, sehingga mendorong orang untuk membeli lebih banyak saat ini guna menghemat belanja di masa depan.

g. Distribusi pendapatan; Tingkat pendapatan perkapita bisa memberikan kesimpulan yang salah bila distribusi pendapatan buruk. Jika distribusi pendapatan buruk, berarti daya beli secara umum melemah, sehingga permintaan terhadap suatu barang menurun.

h. Usaha-usaha produsen meningkatkan penjualan; Bujukan para penjual untuk membeli barang besar sekali peranannya dalam mempengaruhi masyarakat. Usaha-usaha promosi kepada pembeli sering mendorong orang untuk membeli banyak daripada biasanya.

Hukum permintaan pada hakikatnya merupakan suatu hipotesis yang menyatakan :

“Hubungan antara barang yang diminta dengan harga barang tersebut dimana hubungan berbanding terbalik yaitu ketika harga meningkat atau naik maka jumlah barang yang diminta akan menurun dan sebaliknya apabila harga turun jumlah barang meningkat.”

2. Persediaan

Persediaan timbul untuk menjaga keseimbangan antara permintaan dengan penyediaan bahan baku dan waktu proses. Pada prinsipnya maksud persediaan adalah untuk memudahkan dan melancarkan proses produksi suatu perusahaan dalam memenuhi kebutuhan para konsumennya.

Tujuan persediaan menurut Freddy Rangkuti (2000:2), yaitu: (a)Menghilangkan resiko keterlambatan datangnya barang/bahan yang dibutuhkan perusahaan. (b)Menghilangkan resiko dari materi yang dipesan berkualitas tidak baik sehingga harus dikembalikan.(c)Untuk mengantisipasi bahan yang dihasilkan secara musiman sehingga dapat digunakan bila bahan itu tidak ada dalam pasaran. (d)Mempertahankan stabilitas operasi perusahaan atau menjamin kelancaran arus produksi. (e)Mencapai penggunaan mesin yang optimal. Memberikan pelayanan kepada langganan dengan sebaik-baiknya, dengan memeberikan jaminan tersedianya barang jadi. (f)Membuat pengadaan atau produksi tidak perlu sesuai dengan penggunaan atau penjualannya. Dengan tujuan tersebut dapat disimpulkan bahwa persediaan diharapkan tersedia dalam jumlah yang optimal, sehingga memperkecil biaya persediaan yang ditimbulkan akibat kelebihan atau kekurangan stok.

Menurut Dr. Zulian Yamit, Msi (2003:6), ada empat faktor yang dijadikan fungsi dari persediaan, yaitu:

a. Faktor waktu, menyangkut lamanya proses produksi dan distribusi sebelum barang jadi sampai kepada konsumen.
b. Faktor ketidakpastian waktu datang dari *supplier*, menyebabkan perusahaan memerlukan persediaan agar tidak menghambat proses produksi maupun keterlambatan pengiriman kepada konsumen.
c. Faktor ketidakpastian penggunaan dari dalam perusahaan, disebabkan oleh kesalahan dalam peramalan permintaan, kerusakan mesin, keterlambatan operasi, bahan cacat dan berbagai aspek lainnya.
d. Faktor ekonomis, adalah adanya keinginan perusahaan untuk mendapatkan alternatif biaya rendah dalam memproduksi atau membeli item dengan menentukan jumlah yang paling ekonomis.

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Waktu dan Lokasi Penelitian

Penelitian ini dilakukan mulai Maret 2013 sampai dengan Agustus 2013 yang bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Makassar.

B. Objek Kajian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kepustakaan (*library research)* atau kajian pustaka, yakni penelitian yang mana dalam menunjukkan penelitiannya dilakukan dengan cara mendalami, mencermati, menelaah, dan mengidentifikasi pengetahuan yang ada dalam kepustakaan. Sumber kajian pustaka selain buku-buku, sumbernya dapat pula berupa jurnal penelitian, disertasi, tesis, skripsi, laporan penelitian, atau diskusi-diskusi ilmiah.

C. Prosedur Penelitian

Guna mencapai tujuan penelitian yang tertera pada pendahuluan, maka prosedur yang ditempuh dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menunjukkan bahwa fungsi densitas distribusi lognormal diperoleh dari transformasi peubah acak distribusi normal. Adapun langkah-langkahnya yaitu:

a. Dimulai dengan memisalkan X dan Y adalah peubah acak kontinu dengan Y mengikuti Distribusi normal yang memiliki fungsi densitas yaitu:

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \qquad 0 \leq x < \infty$$

dimana σ dan μ adalah parameter distribusi ini.

b. Dengan menggunakan metode Jacobi transformasi, maka diperoleh

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{lnx - \mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right]} \qquad 0 \leq x < \infty$$

yang merupakan fungsi kepadatan distribusi lognormal, dimana σ_y dan μ_y adalah parameter.

c. Berdasarkan definisi 2.4 dan dengan manipulasi matematis akan diperoleh $f(x) = 1$ yang merupakan syarat dimana fungsi *f* dinyatakan sebagai fungsi kepadatan peluang *(fkp)*.

2. Dengan menggunakan definisi dan teorema pada kajian pustaka, maka diperoleh:

a. rata-rata yaitu :

$$E(X) = \mu_x = \mathrm{e}^{[\mu_y + \frac{1}{2}\sigma_y{}^2]} \rightarrow \mu_y = \ln \mu_x - \frac{1}{2}\sigma_y{}^2$$

b. variansi yaitu:

$$\sigma_x{}^2 = \mu_x{}^2(\mathrm{e}^{[\sigma_y{}^2]} - 1) \rightarrow \sigma_y{}^2 = ln\left[1 + \frac{\sigma_x{}^2}{\mu_x{}^2}\right]$$

3. Mengaplikasikan distribusi lognormal dalam bidang ekonomi. Adapun langkah-langkahnya yaitu:

a. Mengumpulkan data, dimana data yang digunakan adalah data permintaan produk garment wanita (Baju Pesta, dan Rok Pesta) Bulan Agustus 2007 hingga Oktober 2008;
b. Data di bagian a di logaritma naturalkan (ln), kemudian dilakukan uji normalitas;
c. Menentukan rerata dan variansi berdasarkan hasil pada langkah 2;
d. Menuliskan bentuk persamaan umum distribusi lognormal untuk data permintaan produk;
e. Meramalkan hasil penjualan terhadap permintaan setiap produk pada periode tertentu.

BAB IV

PEMBAHASAN

D. Analisis Distribusi Lognormal

1. Fungsi Distribusi

Fungsi kepadatan peluang *(fkp)* distribusi lognormal sebagaimana yang terdapat pada persamaan (2.31) definisi (2.9) yakni diperoleh dengan mentransformasi peubah acak distribusi normal. Uraiannya diberikan sebagai berikut.

Karena suatu peubah acak dapat dikatakan berdistribusi lognormal apabila logaritma natural dari peubah acak tersebut adalah normal. Jadi, dimisalkan peubah X adalah peubah acak kontinu dengan berdistribusi lognormal dan Y juga merupakan peubah acak kontinu dengan berdistribusi normal, maka Y = ln X atau X = e^Y. Berdasarkan persamaan (2.32) teorema (2.9) maka distribusi peubah acak X dapat diperoleh dengan mentrasformasi peubah acak Y = ln X, yaitu:

$$f(x) = g(y)|J| \tag{2.36}$$

dengan J = w'(x) dan g(y) adalah fungsi kepadatan distribusi normal.

karena y = ln x

maka $w'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$

sehingga $|J| = \left|\frac{dy}{dx}\right| = \left|\frac{1}{x}\right|$

dengan mensubtitusi nilai $|J|$ dan g(y) fungsi kepadatan distribusi normal ke persamaan (2.36), maka distribusi lognormal berbentuk:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\ x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \left|\frac{1}{x}\right|$$

$$= \left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\ x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]}\right)$$

$$= \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\ x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \qquad (2.37)$$

jadi, fungsi kepadatan peluang distribusi lognormal adalah:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\ x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \qquad \text{untuk } x > 0$$

$$= 0 \qquad \text{untuk } x \text{ yang lainnya}$$

Berikutnya akan dibuktikan bahwa fungsi yang diperoleh pada persamaan (2.37) adalah fungsi kepadatan peluang yakni dengan menggunakan persamaan (2.2) dan (2.3) pada definisi (2.4), yaitu:

3. $f_x(x) \geq 0$ untuk seluruh $x \in R_x$
4. $\int_{R_x} f_x(x)dx = 1$

karena kondisi satu sudah memenuhi, maka akan dibuktikan kondisi ke dua yakni:

$$\int_0^\infty \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\ x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} dx = 1$$

pada ruas kiri, misalkan

$$w = \frac{ln\ x-\mu}{\sigma}$$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{1}{x\sigma} \Longrightarrow dx = x\sigma.dw$$

Batas-batas dalam w;

untuk $x \to 0$, maka $w \to -\infty$

untuk $x \to \infty$, maka $w \to \infty$,

dengan demikian , diperoleh:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(w)dw = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\cancel{x\sigma}\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}(w)^2\right]} \cancel{x\sigma}.\, dw$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}(w)^2\right]} dw$$

$$= \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}(w)^2\right]} dw + \int_{0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}(w)^2\right]} dw$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{0} e^{\left[-\frac{1}{2}(w)^2\right]} dw + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{\infty} e^{\left[-\frac{1}{2}(w)^2\right]} dw$$

karena

$$\int_{0}^{\infty} e^{[-av^2]} dv = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{a}\right)^{1/2}, a > 0$$

maka,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(w)dw = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{\frac{1}{2}}\right)^{1/2}\right] + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{\frac{1}{2}}\right)^{1/2}\right]$$

$$= \frac{1}{\cancel{\sqrt{2\pi}}}\left[\frac{1}{2}\cancel{\sqrt{2\pi}}\right] + \frac{1}{\cancel{\sqrt{2\pi}}}\left[\frac{1}{2}\cancel{\sqrt{2\pi}}\right]$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(w)dw = 1 \blacksquare$$

karena $\int_{0}^{\infty} \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(w)dw = 1$, maka jelas terbukti bahwa fungsi tersebut adalah fungsi kepadatan peluang.

2. Rerata (μ) dan Variansi (σ)

Menurut definisi, terlihat bahwa parameter dari distribusi lognormal adalah μ_y dan σ_y. Masing-masing adalah rerata dan variansi. Dengan menggunakan definisi persamaan, maka rerata distribusi lognormal sebagai berikut:

$$E(X) = \mu_y = \int_{-\infty}^{\infty} x.f(x)dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x.\frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]}dx$$

misalkan,

$$w = \frac{\ln x-\mu_y}{\sigma_y} \rightarrow x = e^{\sigma_y w+\mu_y}$$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{1}{x\sigma_y} \Longrightarrow dx = x\sigma_y.dw$$

Batas-batas dalam *w*;

untuk $x \rightarrow 0$, maka $w \rightarrow -\infty$

untuk $x \rightarrow \infty$, maka $w \rightarrow \infty$,

dengan demikian , diperoleh:

$$E(X) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\sigma_y w+\mu_y}.\frac{1}{\cancel{x\sigma_y}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}w^2} \cancel{x\sigma_y}\, dw$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\sigma_y w+\mu_y}.e^{-\frac{1}{2}w^2}dw$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\sigma_y w+\mu_y-\frac{1}{2}w^2} e^{\left[(\mu_y+\frac{1}{2}\sigma_y{}^2)-(\mu_y+\frac{1}{2}\sigma_y{}^2)\right]}dw$$

$$= e^{\mu_y+\frac{1}{2}\sigma_y{}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\sigma_y w+\mu_y-\frac{1}{2}w^2-\mu_y-\frac{1}{2}\sigma_y{}^2}dw$$

$$= e^{\mu_y+\frac{1}{2}\sigma_y{}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\sigma_y w-\frac{1}{2}w^2-\frac{1}{2}\sigma_y{}^2}dw$$

$$= e^{\mu_y + \frac{1}{2}\sigma_y{}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(w^2 - 2\sigma_y w + \sigma_y{}^2)} dw$$

$$= e^{\mu_y + \frac{1}{2}\sigma_y{}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(w - \sigma_y)^2} dw$$

$$= e^{\mu_y + \frac{1}{2}\sigma_y{}^2} \qquad (2.38)$$

Selanjutnya, untuk memperoleh variansi diperlukan untuk menghitung

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\ x - \mu}{\sigma}\right)^2\right]} dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x^{\cancel{2}} \frac{1}{\cancel{x}\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\ x - \mu}{\sigma}\right)^2\right]} dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\ x - \mu}{\sigma}\right)^2\right]} dx$$

misalkan,

$$w = \frac{ln\ x - \mu_y}{\sigma_y} \rightarrow x = e^{\sigma_y w + \mu_y}$$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{1}{x\sigma_y} \Longrightarrow dx = x\sigma_y . dw$$

Batas-batas dalam *w*;

untuk $x \rightarrow 0$, maka $w \rightarrow -\infty$

untuk $x \rightarrow \infty$, maka $w \rightarrow \infty$,

dengan demikian , diperoleh:

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\sigma_y w + \mu_y} \frac{1}{\cancel{\sigma}\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}w^2\right]} e^{\sigma_y w + \mu_y} \cancel{\sigma_y} . dw$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\sigma_y w + 2\mu_y} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}w^2\right]} dw$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\sigma_y w + 2\mu_y - \frac{1}{2}w^2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} dw$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{\left(2\sigma_y w + 2\mu_y - \frac{1}{2}w^2\right)} e^{\left[\left(2\mu_y + 2\sigma_y{}^2\right) - \left(2\mu_y + 2\sigma_y{}^2\right)\right]} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} dw$$

$$= e^{\left(2\mu_y+2\sigma_y{}^2\right)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\left(2\sigma_y w+2\mu_y-\frac{1}{2}w^2\right)} e^{-\left(2\mu_y+2\sigma_y{}^2\right)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} dw$$

$$= e^{\left(2\mu_y+2\sigma_y{}^2\right)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\left(2\sigma_y w+2\mu_y-\frac{1}{2}w^2-2\mu_y-2\sigma_y{}^2\right)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} dw$$

$$= e^{\left(2\mu_y+2\sigma_y{}^2\right)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\left(2\sigma_y w-\frac{1}{2}w^2-2\sigma_y{}^2\right)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} dw$$

$$= e^{\left(2\mu_y+2\sigma_y{}^2\right)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(-4\sigma_y w+w^2+4\sigma_y{}^2\right)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} dw$$

$$= e^{\left(2\mu_y+2\sigma_y{}^2\right)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(w-2\sigma_y\right)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} dw$$

$$= e^{\left(2\mu_y+2\sigma_y{}^2\right)} \qquad (2.39)$$

maka berdasarkan Teorema 2.4 Persamaan (2.18), adalah

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$$

$$= e^{\left(2\mu_y+2\sigma_y{}^2\right)} - \mu^2$$

$$= e^{2\left(\mu_y+\sigma_y{}^2\right)} - \mu^2$$

$$= e^{2\left(\mu_y+\frac{1}{2}\sigma_y{}^2+\frac{1}{2}\sigma_y{}^2\right)} - \mu^2$$

$$= e^{2\left(\mu_y+\frac{1}{2}\sigma_y{}^2\right)} e^{2\left(\frac{1}{2}\sigma_y{}^2\right)} - \mu^2$$

$$= \mu^2 e^{2\left(\frac{1}{2}\sigma_y{}^2\right)} - \mu^2$$

$$= \mu^2 [e^{\sigma_y{}^2} - 1] \qquad (2.40)$$

B. Aplikasi Distribusi Lognormal dalam Ekonomi

1. Uji normalitas

Sebelum data pada lampiran 1 ditransformasi, penulis melakukan uji normalitas pada data tersebut dengan bantuan SPSS 16 . Hasilnya dapat dilihat sebagai berikut:

Tabel 4.1 Uji normalitas untuk data asli

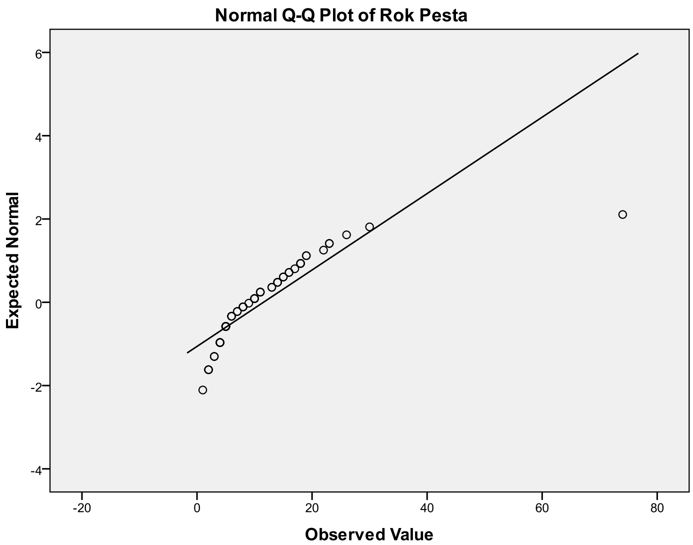
Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Rok Pesta	.173	56	.000	.681	56	.000
Baju Pesta	.200	56	.000	.859	56	.000

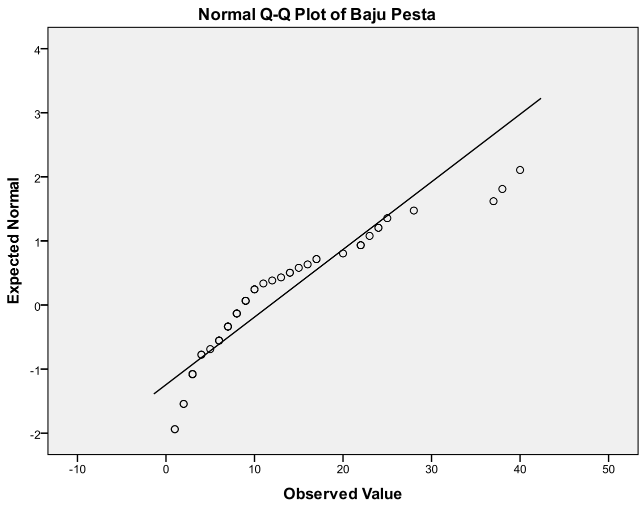
a. Lilliefors Significance Correction

Dari Tabel 4.1 di atas dijelaskan bahwa data tidak normal, yang dapat dilihat dari nilai signifikansi atau nilai probabilitas. Dimana diketahui bahwa nilai signifikansi untuk produk Rok Pesta sebesar 0,000; dan untuk Rok Pesta sebesar 0,00. Artinya nilai probabititas atau nilai *sig* yang didapat dari kedua kelompok data <0,05. Maka kedua kelompok data pada lampiran 1 tidak normal atau tidak simetri.

Jika, digambarkan dalam grafik sebaran data tidak membentuk garis lurus, hal ini terlihat pada **Gambar 4.1** dan **Gambar 4.2**.



Gambar 4.1 Plot Data Produk Rok Pesta



Gambar 4.2 Plot Data Baju Pesta

Dari hasil uji normalitas data pada lampiran 1 tidak berdistribusi normal. Maka selanjutnya komponen dari kedua kelompok data tersebut di transformasi ke logaritma natural (ln). Hasil transformasinya dapat dilihat pada lampiran 2. Agar hasilnya memenuhi asumsi Distribusi Lognormal maka data yang ditransformasi tersebut harus normal. Maka dilakukan uji normalitas dan hasil Outputnya dapat dilihat sebagai berikut:

Tabel 4.2 Uji distribusi normal untuk data yang ditransformasi ke logaritma natural

Tests of Normality

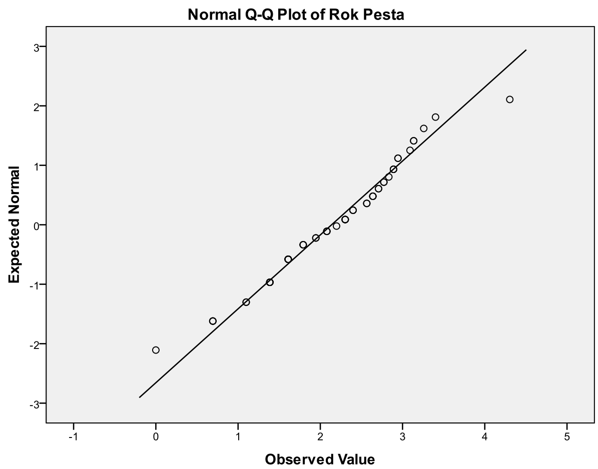
	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Rok Pesta	.083	56	.200*	.981	56	.529
Baju Pesta	.096	56	.200*	.971	56	.196

a. Lilliefors Significance Correction

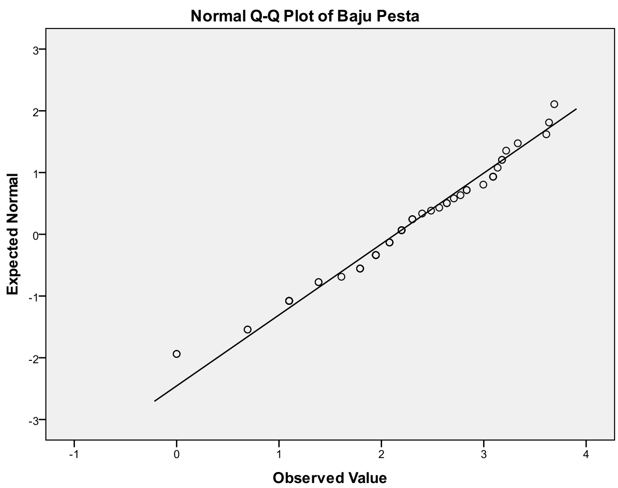
*. This is a lower bound of the true significance.

Dari Tabel 4.2 di atas dijelaskan bahwa data terdistribusi normal, yang dapat dilihat dari nilai signifikansi atau nilai probabilitas. Dimana diketahui bahwa nilai signifikansi untuk produk Rok Pesta sebesar 0.200*; dan untuk Rok Pesta sebesar 0.200*. Artinya nilai probabititas atau nilai *sig* yang didapat dari kedua kelompok data >0,05. Maka kedua kelompok data pada lampiran terdistribusi normal atau simetri.

Jika, digambarkan dalam grafik sebaran data membentuk garis lurus, hal ini terlihat pada **Gambar 4.3** dan **Gambar 4.4**.



Gambar 4.3 Plot Data Hasil Transformasi untuk Produk Rok Pesta



Gambar 4.4 Plot Data Hasil Transformasi untuk Produk Baju Pesta

2. Penentuan Mean dan Standar Deviasi

Karena distribusi masing-masing permintaan produk sudah berdistribusi lognormal, maka langkah selanjutnya ditentukan rerata (μ) dan standar deviasi (σ) data permintaan masing-masing jenis produk. Berikut ini adalah langkah perhitungan rerata, dan standar deviasi untuk masing-masing jenis produk.

Untuk menghitung rerata dan variansi dari data yang berdistribusi lognormal, digunakan persamaan 2.38 dan persamaan 2.40 sebagai berikut:

$$\mu = e^{\mu_y + \frac{1}{2}{\sigma_y}^2} ,$$

$${\sigma_x}^2 = {\mu_x}^2 (\mathrm{e}^{[{\sigma_y}^2]} - 1),$$

μ_y dan σ_y dalam hal ini adalah rerata dan standar deviasi dari peubah acak *Y*(data logaritmik). Hasil perhitungan rerata dan standar deviasi peubah *Y* tersebut dapat dilihat pada lampiran 5 . Dimana untuk produk Rok Pesta rerata dan Variansi masing-masing adalah 2.1374 dan 0.647 . Untuk produk Baju Pesta rerata dan standar deviasi masing-masing adalah 2.1373 dan 0.758. Sehingga rerata untuk masing-masing produk, yaitu:

- Untuk Produk Rok Pesta

$\mu = e^{[2.1374 + \frac{1}{2}(0.647)]}$, e = 2,7183 (*bilangan euler*)

$= e^{[2.1374+0.3235]}$

$= e^{[2.4609]}$

$= 11.715543$

- Untuk Produk Baju Pesta

$\mu = e^{[2.1373+\frac{1}{2}(0.758)]}$, e = 2,7183 (*bilangan euler*)

$= e^{[2.1373+0.379]}$

$= e^{[2.5163]}$

$= 12.382904$

Sedangkan variansi untuk masing-masing produk, maka bentuk umum persamaan distribusi lognormal untuk kedua produk tersebut yaitu:

- Untuk Produk Rok pesta

$\sigma_x{}^2 = (11.715543)^2(\mathrm{e}^{0.647} - 1)$

$= 130.185[(\mathrm{e}^{0.647}) - 1]$

$= 130.185[(1.909811) - 1]$

$= 130.185[0.909811]$

$\sigma_x{}^2 = 118.4444$

$\sigma_x = 10.883$

- Untuk Produk Baju pesta

$\sigma_x{}^2 = (12.382904)^2(\mathrm{e}^{0.758} - 1)$

$= 138.9027[(\mathrm{e}^{0.758}) - 1]$

$= 138.9027[(1.651188) - 1]$

$= 138.9027[0.651188]$

$\sigma_x{}^2 = 90.4513$

$\sigma_x = 9.511$

Karena masing-masing produk telah diperoleh rerata dan variansinya, maka langkah selanjutnnya adalah menuliskan persamaan distribusi lognormal untuk masing-masing permintaan tiap jenis produk.

3. Model Persamaan Umum Distribusi Lognormal Untuk Masing-Masing Permintaan Tiap Jenis Produk

Setelah memperoleh rerata dan variansi masing-masing jenis produk, maka model persamaan umum distribusi lognormal untuk masing-masing permintaan jenis produk yaitu:

- Untuk produk Rok pesta

$$f(x) = \frac{1}{(x)(10.883)\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\ x - 11.716}{10.883}\right)^2\right]}$$

$$= \frac{1}{10.883\sqrt{2\pi}\ x} e^{\left[-\frac{1}{59.222}(ln\ x - 11.716)^2\right]}$$

Jadi bentuk persamaan umum distribusi lognormal untuk permintaan produk jenis rok pesta yaitu:

$$f(x) = \frac{1}{10.883\sqrt{2\pi}\ x} e^{\left[-\frac{1}{59.222}(ln\ x - 11.716)^2\right]} \quad (2.38)$$

x dalam hal ini adalah permintaan produk rok pesta untuk periode tertentu.

- Untuk produk baju pesta

$$f(x) = \frac{1}{(9.511\ )\ (x)\ \sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\ x - 12.383}{9.511}\right)^2\right]}$$

$$= \frac{1}{9.511\ \sqrt{2\pi}\ x} e^{\left[-\frac{1}{45.23}(ln\ x - 12.383)^2\right]}$$

Jadi bentuk persamaan umum distribusi lognormal untuk permintaan produk jenis baju pesta yaitu:

$$f(x) = \frac{1}{9.511\ \sqrt{2\pi}\ x} e^{\left[-\frac{1}{45.23}(ln\ x - 12.383)^2\right]} \quad (2.39)$$

x dalam hal ini adalah permintaan produk Baju Pesta untuk periode tertentu.

4. Hasil Peramalan Penjualan

Karena telah diperoleh model persamaan umum masing-masing produk, maka selanjutnya penulis meramalkan hasil penjualan masing-masing produk untuk periode Agustus 2007 hingga oktober. Berarti *x* adalah jumlah seluruh permintaan masing-masing produk pada periode tersebut. Dimana *x* untuk produk rok pesta dan baju pesta adalah 640 unit dan 660 unit (total permintaan produk dari Agustus 2007 hingga Oktober 2008). Jadi hasil penjualan pada produk rok pesta dan baju pesta dapat diramalkan sebagai berikut:

❖ Untuk produk Rok Pesta

$$f(x) = \frac{1}{10.883\sqrt{2\pi}\ 640} e^{\left[-\frac{1}{59.222}(ln\ 640 - 11.716)^2\right]}$$

$$= \frac{1}{7149.78\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{59.222}(ln\ 660 - 11.716)^2\right]}$$

$$= \frac{1}{189965.3} e^{\left[-\frac{1}{59.222}(6.461 - 11.716)^2\right]}$$

$$= \frac{1}{17917.3} e^{-0.466}$$

$$= \frac{0.628}{189965.3}$$

$$= 3.3 \times 10^{-6}$$

Jadi peluang kemungkinan terjual sebanyak 640 unit produk rok pesta pada periode yang sama adalah sebesar 3.3×10^{-6}.

❖ Untuk produk baju pesta

$$f(x) = \frac{1}{9.511\ \sqrt{2\pi}\ 660}\, e^{\left[-\frac{1}{45.23}(ln\ 660-12.383)^2\right]}$$

$$= \frac{1}{6277.26\sqrt{2\pi}}\, e^{\left[-\frac{1}{45.23}(6.492-12.383)^2\right]}$$

$$= \frac{1}{15730.768}\, e^{\left[-\frac{1}{45.23}(6.492-12.383)^2\right]}$$

$$= \frac{1}{15730.768}\, e^{[-0.767]}$$

$$= \frac{0.464}{15730.768}$$

$$= 2.95 \times 10^{-5}$$

Jadi peluang kemungkinan terjual sebanyak 660 unit produk rok pesta pada periode tersebut adalah sebesar 2.95×10^{-5}.

BAB V

PENUTUP

E. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan mengenai analisis distribusi lognormal dan aplikasinya dalam ekonomi, penulis dapat menyimpulkan bahwa:

1. Suatu peubah acak X dikatakan berdistribusi lognormal apabila logaritma dari peubah tersebut adalah normal dan memiliki fungsi kepadatan peluang *(fkp)* yaitu,

   $$f(x) = \frac{1}{x\sigma_x\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{lnx - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right]} \quad 0 \leq x < \infty$$

   dimana μ_x dan σ_x adalah parameter.

2. Parameter distribusi lognormal adalah μ_x (rerata) dan σ_x (variansi). Rerata dan variansi distribusi lognormal berbentuk:

   $$E(X) = \mu_x = \mathrm{e}^{[\mu_y + \frac{1}{2}\sigma_y{}^2]} \rightarrow \mu_y = \ln \mu_x - \frac{1}{2}\sigma_y{}^2$$

   $$\sigma_x{}^2 = \mu_x{}^2(\mathrm{e}^{[\sigma_y{}^2]} - 1) \rightarrow \sigma_y{}^2 = ln\left[1 + \frac{\sigma_x{}^2}{\mu_x{}^2}\right]$$

3. Distribusi lognormal dapat diaplikasikan dalam bidang ekonomi, yakni tentang permintaan produk garment wanita (baju pesta, dan rok pesta) pada periode Agustus 2007 hingga oktober 2008. Dalam hal ini penulis meramalkan peluang kemungkinan banyaknya produk terjual terhadap banyaknya permintaan yang ada pada periode yang berikutnya. Dengan demikian peluang kemungkinan terjual sebanyak 640 unit produk rok

pesta pada periode berikutnya adalah sebesar 5.285×10^6 dan peluang kemungkinan terjual sebanyak 660 unit produk baju pesta pada periode tersebut adalah sebesar 6.952×10^6.

B. Saran

Penggunaan distribusi lognormal dalam bidang ilmu pengetahuan, dalam tulisan ini masih terbatas pada bidang ekonomi. oleh karena itu pada penelitian selanjutnya penulis berharap agar dapat mengkaji penggunaan distribusi lognormal dalam bidang ilmu lainnya, seperti dalam ilmu hidrologi, rekayasa, geografi, ataupun dalam ilmu fisika.

DAFTAR PUSTAKA

Ang, Alfredo H-S. dan Tang, Wilson H. 1987. *Konsep-Konsep Probabilitas dalam Perencanaan dan Perancangan Rekayasa.* Jakarta: Erlangga.

Gujarati, Damodar N.2007. *Dasar-Dasar Ekonometrika.* Jakarta: Erlangga

Hines, William W. dan Montgomery, Douglas C. 1990. *Probabilita dan Statistik dalam Ilmu Rekayasa dan Manajemen.* Jakarta: UI Press

Nuryani, Evita. 2008. Penentuan Momen Ke-3 dan Ke-4 dari Distribusi Gamma, Beta dan Weibull. *Skripsi*. Fakultas Sains dan Teknologi. Universitas Islam Negeri (UIN) Malang. Malang.

Sumargo, Chr H. 1984. *Pendahuluan Teori Kemungkinan dan Statistika.* Bandung: ITB

Syafik Abu. 2008. Aplikasi Distribusi Lognormal dala Statistika. *Jurnal Statistik*.

Tiro, Arif., Sukarna., dan Aswi. 2008. *Pengantar Teori Peluang*. Makassar: Andira Publisher.

Tiro, Arif., Sukarna., dan Aswi. 2009. *Dasar-Dasar Statistika*. Makassar: Andira Publisher.

Walpole, Ronald E. dan Myers, Raymond H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika Untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Bandung: ITB Bandung.

RIWAYAT HIDUP

Nurfahmi, lahir di Watampone pada tanggal 02 September 1991. Anak kelima dari pasangan ayah bernama Usman dan ibu bernama St. Rahmah. Penulis memulai jenjang pendidikan formal di SD Inpres 12/79 Attobaja dan tamat pada tahun 2003. Pada tahun yang sama penulis menempuh pendidikan di SMP Negeri 1 Sibulue dan tamat pada tahun 2006. Pada tahun yang sama penulis kemudian melanjutkan pendidikan di SMA Negeri 2 Watampone dan tamat pada tahun 2009.

Penulis terdaftar sebagai Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UNM pada tahun 2009 melalui jalur PMJK.